Programowanie liniowe – powtórzenie

Przedsiębiorstwo produkuje dwa wyroby W1 i W2. Należy zaplanować produkcję przedsiębiorstwa w pewnym tygodniu w taki sposób, aby osiągnięty zysk był maksymalny, jeśli wiadomo, że produkcja wyrobów W1 i W2 jest limitowana ograniczonymi zasobami 3 środków produkcji: S1, S2, S3. Zasoby tych środków wynoszą odpowiednio: 18, 20, 24 jednostki. Nakład środka S1 potrzebny do wyprodukowania jednostki wyrobu W1 wynosi 3 jednostki, a na wytworzenie jednostki produktu W2 wynosi jednostkę. Nakłady środka S2 wynoszą odpowiednio: 1 i 2 jednostki, natomiast środka S3: 3 i 2 jednostki. Zysk uzyskany z produkcji jednostki wyrobu W1wynosi 2 jednostki pieniężne, a z wytworzenia jednostki wyrobu W2 wynosi 3 jednostki pieniężne.

Środki produkcji	Nakłady jednostkowe		Zasoby środków produkcji
	W1	W2	
S1	3	1	18
S2	1	2	20
S3	3	2	24
Zyski jednostkowe	2	3	

1. Zapisz problem decyzyjny, aby ustalić rozmiary produkcji wyrobów W_1 i W_2, które gwarantują maksymalny zysk ze sprzedaży przy istniejących zapasach surowców.

$$F = 2x_1 + 3x_2 \rightarrow max$$
$$3x_1 + 1x_2 \leq 18$$
$$1x_1 + 2x_2 \leq 20$$
$$3x_1 + 2x_2 \leq 24$$
$$x_1 \geq 0;\ x_2 \geq 0;$$

$x_1 -$ ……………………………………………………………………

$x_2 -$ ……………………………………………………………………

2. Zapisz problem dualny.

$$F = 18y_1 + 20y_2 + 24y_3 \rightarrow min$$
$$3y_1 + 1y_2 + 3y_3 \geq 2$$
$$1y_1 + 2y_2 + 2y_3 \geq 3$$
$$y_1 \geq 0;\ y_2 \geq 0; y_3 \geq 0$$

Rozwiązanie problemu:

$$x_1 = 2;\ x_2 = 9;\ y_1 = 0; y_2 = 1{,}25; y_3 = 0{,}25$$

……

……

……

……

……

3. Ustal, czy dla optymalnej struktury produkcji zużyte zostały wszystkie surowce.

……

……

……

4. Zinterpretuj wartości cen dualnych.

……

……

……

5. O ile zmieni się całkowity zysk, jeśli zasoby S1 zwiększą się do 20?

……

……

6. O ile zmieni się całkowity zysk, jeśli zasoby S3 zwiększą się do 25?

……
……
……

7. Ustal w jakich granicach mogą się zmieniać wyrazy wolne, aby interpretacja cen dualnych była dalej możliwa.

8. O ile zmieni się całkowity zysk, jeśli zysk jednostkowy dla wyrobu W1 wzrośnie do 4 zł za jednostkę?

9. Ustal w jakich granicach mogą zmieniać się współczynniki funkcji celu, aby dotychczasowe rozwiązanie pozostało optymalne.

SIMPLEKS – Powtórzenie z wykładu

$$F = 2x_1 + 3x_2 \rightarrow max$$
$$3x_1 + 1x_2 \leq 18$$
$$1x_1 + 2x_2 \leq 20$$
$$3x_1 + 2x_2 \leq 24$$
$$x_1 \geq 0;\ x_2 \geq 0;$$

$$F = 2x_1 + 3x_2 + 0s_1 + 0s_2 + 0s_3 \rightarrow max$$
$$3x_1 + 1x_2 + 1s_1 + 0s_2 + 0s_3 = 18$$
$$1x_1 + 2x_2 + 0s_1 + 1s_2 + 0s_3 = 20$$
$$3x_1 + 2x_2 + 0s_1 + 0s_2 + 1s_3 = 24$$
$$x_1, x_2, s_1, s_2, s_3 \geq 0;$$

$$F - 2x_1 - 3x_2 + 0s_1 + 0s_2 + 0s_3 = 0$$
$$0F + 3x_1 + 1x_2 + 1s_1 + 0s_2 + 0s_3 = 18$$
$$0F + 1x_1 + 2x_2 + 0s_1 + 1s_2 + 0s_3 = 20$$
$$0F + 3x_1 + 2x_2 + 0s_1 + 0s_2 + 1s_3 = 24$$
$$x_1, x_2, s_1, s_2, s_3, F \geq 0;$$

Patrz - excel

Iteracja	Wiersz	F	x1	x2	s1	s2	s3	Stała	Komentarz
0	1	1	-2	**-3**	**0**	**0**	**0**	0	
	2	0	3	**1**	**1**	**0**	**0**	18	18/1=18
	3	0	1	**2**	**0**	**1**	**0**	20	20/2=10 MIN
	4	0	3	**2**	**0**	**0**	**1**	24	24/2=12
1	1	1	**-0,5**	0	0	1,5	0	30	
	2	0	**2,5**	0	1	-0,5	0	8	8/2,5=3,2
	3	0	**0,5**	1	0	0,5	0	10	10/0,5=20
	4	0	**2**	0	0	-1	1	4	4/2=2 MIN
2	1	1	0	0	0	1,25	0,25	31	
	2	0	0	0	1	0,75	-1,25	3	
	3	0	0	1	0	0,75	-0,25	9	
	4	0	1	0	0	-0,5	0,5	2	

Zadanie 1 (z zadań zaproponowanych przez dr D. Ciołek)
Załóżmy, że dostawcami cukru do sklepów są bezpośredni producenci: cukrownia C1 i C2, a parametry A są ich potencjalnymi możliwościami produkcyjnymi. Obok kosztów transportu w podane są również koszty produkcji jednej tony cukru h1 i h2.

$C_{i,j}$	S1	S2	S3	S4	A_i	hi
C1	50	20	20	60	1500	4000
C2	10	50	80	70	800	3800
B_j	100	300	500	700		

Należy podać optymalny plan produkcji i transportu cukru z cukrowni do sklepów, tak aby zminimalizować łączny koszt transportu, produkcji i magazynowania. Koszty magazynowania wynoszą odpowiednio 3 i 2 zł za tonę.

Zadanie 2 (*Ignasiak E. (red.), (1996), Badania operacyjne.*)
Na wydziale obróbki mechanicznej działają cztery maszyny i czterech obsługujących je robotników. Znana jest wydajność każdego robotnika na poszczególnych stanowiskach. Wydajność tę określa liczba detali, które dany robotnik może wykonać na danej maszynie w ciągu jednej godziny. Przedstawiono ją w tablicy:

w_{ij}	R_1	R_2	R_3	R_4
M1	6	7	8	4
M2	12	6	9	8
M3	10	5	9	7
M4	13	11	7	9

Należy zapisać matematyczny model zagadnienia oraz przy pomocy algorytmu węgierskiego ustalić taki przydział robotników do poszczególnych stanowisk, aby łączna wydajność całego zespołu była maksymalna.

Zadanie 3 (z zadań zaproponowanych przez D. Ciołek)
Pewna firma zamierza zatrudnić maszynistki do korespondencji w trzech językach: angielskim, niemieckim i włoskim. W konkursie na te stanowiska wzięły udział cztery kandydatki. W tablicy podano liczbę uderzeń na minutę i-tej maszynistki w j-tym języku. Znak X oznacza, że maszynistka nie zna danego języka.

Maszynistka	Język		
	angielski	Niemiecki	włoski
1	80	105	79
2	109	X	90
3	100	97	X
4	95	80	85

Przy pomocy algorytmu węgierskiego przydziel maszynistki do korespondencji w poszczególnych językach, tak, aby maksymalizować efekt ich pracy.